

输电线路风偏闪络的动态振荡机制与倍频谐振优化方法研究

海赛赛¹,徐子利²,裴大威¹,李 兵¹,周路焱³

(1. 广东顺德电力设计院有限公司,广东 佛山 528300;2. 广东电网有限责任公司佛山供电局,广东 佛山 528300;3. 国网内蒙古东部电力有限公司内蒙古超特高压分公司,内蒙古 呼和浩特 010000)

摘要:针对输电线路风偏闪络事故中传统静态模型的适应性缺陷及现场监测工具缺失问题,文中提出一种融合动态振荡机制与倍频谐振理论的优化方法。通过建立导线-绝缘子串的单摆等效模型与混沌系统,揭示风偏角受动态振荡不同期性、紊流扰动及档距共振的耦合影响机制,提出基于倍频谐振的档距优化设计准则、动态振荡修正模型及无工具化安全评估体系。

关键词:风偏闪络;动态振荡分析;倍频谐振;紊流扰动;智慧电网运维

中图分类号:TM 744 文献标志码:A 文章编号:1006-348X(2025)06-0029-06

0 引言

输电线路的风偏闪络是威胁电网安全稳定运行的重要因素之一。传统风偏角计算主要基于静态力学模型,但在实际运行中,导线受动态风载荷、紊流及绝缘子串摆动等因素影响,理论计算结果常与实际风偏情况存在偏差,导致即使满足设计标准仍发生闪络事故。此外,现有风偏评估多依赖专用测量设备(如激光测距仪、高精度倾角传感器等),而运行维护人员在现场往往缺乏此类工具,难以及时、准确地判断线路运行风险。目前,国内外学者在风偏计算方面已开展大量研究,主要围绕风载荷系数修正、绝缘子串摆动模型优化及气象参数影响分析等方向。然而,现有方法仍存在以下不足:1) 静态模型难以反映导线动态振荡特性,导线的不同期振荡对风偏角及摇摆角的影响极大;2) 专用测量手段成本高、普及性差,无法满足日常运维需求。

针对上述问题,文中基于单摆模型及振荡理论,提出一种摇摆角的动态修正方法。该方法通过引入导线动态振荡不同期特性,修正合理的档距排布以达到降低风偏角的目的,通过对导地线不同期振荡研

究,提出匹配的振荡周期降低雷击事故的发生;并在无专用工具的条件下,借助振荡周期提出一种运维人员便捷的输电线路相间安全距离评判依据,研究成果对提升输电线路防风偏设计水平及运行维护效率具有重要应用价值。

1 等效模型

1.1 导线及绝缘子的单摆振荡

基于现有理论,单摆是物理学中的一个理想化模型,单摆这个简单而优美的振动系统由摆球和摆线组成,摆线被理想化为质量不计、不可伸缩的绳线,而摆球则具有相对较大的密度,半径远小于摆线的长度。这种理想化构想形成了单摆结构,成为物理学和工程学领域的重要研究对象^[1-5]。当摆角较小时,单摆周期如式(1)所示。

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}} \quad (1)$$

当摆角较大时,单摆周期如式(2)所示。

$$T = T_0 \times \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (2)$$

收稿日期:2025-08-13

作者简介:海赛赛(1990),男,本科,工程师,主要研究方向输电电气设计。

式中: f 为摆线长度; θ 为单摆初始角,输电线路中导线风偏角; g 为重力加速度,多取9.8 m/s²; T_0 为单摆周期。

当其应用于输电线路时, f 等价于导线弧垂或者绝缘子串长, θ 为导线风偏角或绝缘子摇摆角,即导线风偏、绝缘子摇摆角可以简单地等效为单摆系统,见图1,当绝缘子与导线同时考虑时则为混沌系统,见图2。

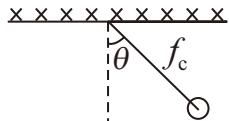


图1 标准单摆模型

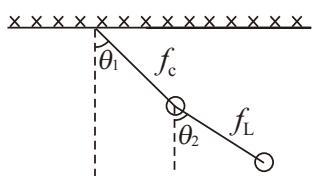


图2 混沌系统

图中, f_c 为绝缘子串长(m); f_L 为导线弧垂长度(m)。在输电线路设计过程中,我们知道

$$f_L = KL^2 \quad (3)$$

因此,周期公式在输电线路中可以等价于:

$$T_0 = 2\pi L \sqrt{\frac{K}{g}} \quad (4)$$

式中: L 为档距,m; K 为输电线路弧垂系数, $K=\gamma/8\sigma$ 。

其中,式(1)多用于 $\theta \leq 15^\circ$,这时候误差较小,等价于输电线路时,多用于操作过电压或雷电过电压气象,此时的摇摆角一般在 15° 以内;

式(2)多用于 $\theta > 15^\circ$,在输电线路设计中,多用于大风气象或者特殊校验气象。

式(4)中可以看出,输电线路的导线摆动周期与档距成正比,与 K 的开平方成正比。

虽然绝缘子串与导线相连后为双混沌系统,但是仍可以分段进行局部探讨。

$$T_1 = 2\pi L \sqrt{\frac{f_c}{g}} \quad (5)$$

当荷载一定时,绝缘子串长越长,其振荡周期越大,综合考虑其振动能量与振动频率,可能会减少金具磨损次,增大其使用寿命。

1.2 杆塔两侧导线共振分析

当两个单摆通过某种方式(如弹簧、绳子或直接连接)相互作用时,位相的前后改变了振幅的增减,

而振幅的变化反映了机械能流方向的改变,位相在前的摆总是输出机械能,位相在后的摆总是吸收机械能^[6]。它们可以形成耦合摆系统,并在特定条件下发生能量交换,即共振现象,耦合摆作为一种通过力的相互作用从而实现振动系统相互作用的装置,具有结构简单、演示效果直观的特点^[7-8]。

在输电线路中,两侧档距通过悬垂绝缘子连接,可近似等效看做耦合摆共振系统。

当两个振动沿着同一方向且频率相同或者相差不大时,即为共振系统;

$$F_{\theta_1}(t) = f_{L1} \times \theta_1 \times \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad (6)$$

$$F_{\theta_2}(t) = f_{L2} \times \theta_2 \times \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (7)$$

当 $\omega_1 = \omega_2$ 时,系统1与系统2即可发生共振,则其最大合振幅可以表述为:

$$(f_\theta)_{\text{MAX}} = \sqrt{(f_{L1}\theta_1)^2 + (f_{L2}\theta_2)^2 + (f_{L1}\theta_1) \times (f_{L2}\theta_2) \times \cos(\Delta\varphi)} \quad (8)$$

式中: $F_1(t)$:档距 L_1 的导线弧垂风偏振荡函数; $F_2(t)$:档距 L_2 的导线弧垂风偏振荡函数。

对于系统1与系统2在输电线路设计中可以等效于悬垂串的两侧风偏时候的弧垂, θ_1 、 θ_2 可以看做最大风偏角, φ_1 、 φ_2 可以看做初始角度, ω_1 与 ω_2 表示振荡频率。

杆塔两侧产生共振,即 $\omega_1 = \omega_2$,可以推出两侧档距需相等即可。由式(6)~式(8)可知,常规的风荷载计算已取得最大值,即 $f_{\theta_{\text{MAX}}} = f_{L1}\theta_1 + f_{L2}\theta_2$,实际上风载过程中,当 ω_1 与 ω_2 有所差别且初始角 φ_1 、 φ_2 并非同期相等,因此基本上是无法达到最大值的,这样整体来说工程设计是趋于安全的。

1.3 倍频谐振

当两个分振动的频率相同时,合振动仍然是同频率的简谐振动,但振动的振幅同两个分振动的振幅以及初位相有关。当两个分振动同相时,合振幅为分振幅之和;反相时,合振幅为分振幅之差的绝对值,其余情况介于两者之间。如果两个分振动的频率不同,则合振动将不再是一个简谐振动,当频率之比为整数之比时,合振动是周期运动,周期为分振动周期的最小公倍数^[9-11];当振幅不同时,合振动的波形会呈现周期性非正弦形状,其具体形态由振幅比和相位差共同决定。

以 n 倍频,相位差为0为例:

当式(6)~(7)剔除 θ 时,可看做弧垂的正弦函数,即:

$$F_1(t)=f_{L1}\times\cos(w_1t+\varphi_1) \quad (9)$$

$$F_2(t)=f_{L2}\times\cos(n\times w_1t+\varphi_2) \quad (10)$$

参数含义同式(6)~(8)。

在输电线路设计中,式(9)~(10)可以看做悬垂塔两侧风偏弧垂摇摆振荡函数,由于悬垂塔两侧导线、气象条件均一致,当两侧档距倍率关系时,即可认为 $w_2=nw_1$,此时同一悬垂塔前后两侧可认为发生倍频振荡。

其假设 $f_{L1}>f_{L2}$:

当杆塔两侧档距完全一致时候,即1倍频时($L_1=L_2$):

$$F_{\max}=f_{L1}+f_{L2} \quad (11)$$

当两侧档距2倍关系时,即2倍频关系($L_1=2L_2$):

$$F_{\max}\approx f_{L1}+f_{L2}-\frac{f_{L2}^2}{8f_{L1}} \quad (12)$$

当两侧档距3倍关系时,即3倍频关系($L_1=3L_2$):

$$F_{\max}\approx f_{L1}+f_{L2}-\frac{f_{L2}^2}{12f_{L1}} \quad (13)$$

当两侧档距4倍关系时,即4倍频关系($L_1=4L_2$):

$$F_{\max}\approx f_{L1}+f_{L2}-\frac{f_{L2}^2}{32f_{L1}} \quad (14)$$

式(11)~(14)倍频振荡示意见图3。

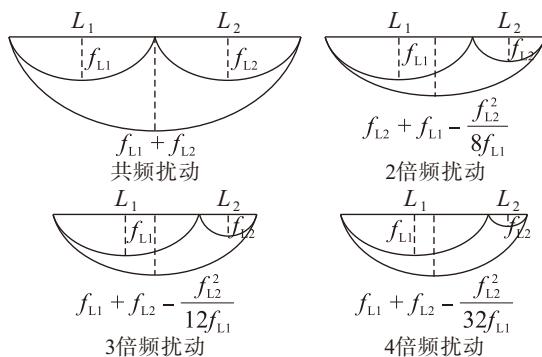


图3 共频谐振等效图

由图3可知,当两侧档距一致时,弧垂能量完全叠加,当2倍频时,弧垂振荡消耗最大。当弧垂能量消耗最大时,此时风偏角最小。又可以将式(3)带入式(11)~(14),即档距 L_2 同样满足多频共振的条件。

1.4 第三方加速度等效单摆

传统单摆以重力加速度为基础,当受到垂直于重力方向的力场影响时,会形成新的加速场,进而对其周期及频率产生影响。

其等效场加速度如下

$$g_a=\sqrt{g^2+a^2} \quad (15)$$

$$T_a=2\pi\sqrt{\frac{f}{g_a}} \quad (16)$$

式中: g 为重力加速度; a 为风场加速度; g_a 为恒定风速时等效加速度; T_a 为紊乱产生后的振荡周期; f 为线路弧垂。

等效在输电线路时,处于 V_0 风速的风场中, g_a 趋于稳定,当受到紊流场影响后,风速发生微弱变化,即可产生振荡,进而影响风偏角,较计算风偏角略有改变,进而发生事故。

2 案例论证

基于单摆理论、共振理论、倍频理论,下面将结合输电线路常规档距线路进行分析。

华东地区某110 kV线路某杆塔,导线JL/G1A-400/35钢芯铝绞线,地线JLB40-120铝包钢绞线,其导线风偏角计算见表1。

表1 考虑振荡各工况导线风偏角

序号	风偏角(°)	周期(s)
大风($V=27$ m/s, $C=0$ mm)	44.6	5.93
雷电($V=10$ m/s, $C=0$ mm)	9.03	5.11
操作($V=15$ m/s, $C=0$ mm)	19.67	5.34

从计算结果来看,大风的振荡周期最大,雷电过电压振荡周期最小。

2.1 不同档距倍频谐振分析

由式(1)~(2)可知,振动的周期与其弧垂开根号成正比,且比于档距,因此选择杆塔两侧2倍档距关系、3倍档距关系、4倍档距关系进行分析。

当其他条件不做改变,仅改变档距,以大风气象为例。(其中等效水平档距按照式(11)~(14)求得计算结果见表2)。

表2 不同档距比引起振荡对摇摆角影响

工况	工况1	工况2	工况3	工况4
工况条件(m)	$L_{h1}=150$	$L_{h1}=100$	$L_{h1}=75$	$L_{h1}=60$
	$L_{h2}=150$	$L_{h2}=200$	$L_{h2}=225$	$L_{h2}=240$
	$L_{v1}=150$	$L_{v1}=100$	$L_{v1}=75$	$L_{v1}=60$
	$L_{v2}=150$	$L_{v2}=300$	$L_{v2}=225$	$L_{v2}=240$
等效水平垂直档距(m)	$L_h=300$	$L_h=285$	$L_h=291$	$L_h=294$
	$L_v=500$	$L_v=500$	$L_v=500$	$L_v=500$
摇摆角(°)	45.146	43.698	44.286	44.575

从表2计算结果可知,当杆塔两侧参数完全一致时,可以近似看做该杆塔永远处于共振系统,其风偏

角的振荡永远在最大值处,整体对于输电线路来讲,虽然杆塔按此条件进行规划,但共振增加了闪络的风险特性。

当两侧档距不一致时候,其摇摆角是趋于减小趋势的,当且仅当两侧档距一致时,摇摆角最大。

倍率档距可产生振荡,整体来讲,2阶振荡引起的振荡最大,4阶以上的影响微乎其微。

2.2 不同K值系数的振荡周期

仍采用工况1,若同塔双回线路采用异种导线,则导线在同一横向风作用下,初始摆动幅值、摆动周期均不同,在摆动的过程中可能发生相对摆动的情况,对线路安全运行极为不利^[12-16]。两侧安全系数不一致时,也会造成同样的不安全因素。

振荡周期的变化计算结果见表3~表4。

表3 不同导线振荡周期表

导线	K值	振荡周期(s)
JL/G1A-400/35	7.051×10^{-5}	5.93
JL/G1A-300/25	7.018×10^{-5}	5.97

表4 相同导线不同K值振荡周期表

导线	JL/G1A-400/35	振荡周期(s)
K1	7.051×10^{-5}	5.93
K2	13.75×10^{-5}	8.29

从表3中可以看出,在同塔双回线路中,当两侧导线不同时,会造成导线的不同期振荡;当不同相导线发生非同期摇摆时,会进一步缩小相间距离,继而容易发生导线相间风偏事故,严重危害着输电线路的正常运行^[17-20]。原规划中推荐的相间距离公式即产生了一定的风险性。因此,在输电线路设计过程中,应当避免杆塔两侧导线不一致而套用原线间距要求的距离。

由表4可知,当档内安全系数变大时,弧垂加大,其振荡周期变长。因此,杆塔两侧安全系数不一致的回路也是不推荐的,同样会引起相间距的改变。

2.3 不同振荡周期对于导线防雷保护角的影响

基于表3、表4可以提出另外一种猜想,即当杆塔保护角一定时,导、地线弧垂系数问题。

当塔头保护角满足要求时,即:

$$\tan \theta = \Delta S / \Delta h \quad (17)$$

当计入导地线弧垂后:

$$\tan \theta = \Delta S / (\Delta h + \Delta f) \quad (18)$$

式中: ΔS 为导地线水平距; Δh 为导地线垂距; θ 为地线保护角。

由式(18)可知,当导线弧垂大于地线弧垂时,可以保证地线保护角满足要求,禁止同一档内导线弧垂小于地线弧垂,这样会造成地线保护角越来越小直至不满足规范要求,进而造成档距内发生绕击。

当雷电天气发生时,往往伴随着风速,导地线均会发生摇摆。此时根据前文可知,导线振荡周期与地线振荡周期一致时,或者为倍率关系时,才能达到运动周期一致或者倍率关系,才能最好地完成防雷保护。即:

$$T_{db} = 2\pi \sqrt{\frac{f_d}{g}} = 2\pi N \sqrt{\frac{f_b}{g}} \quad (19)$$

式中: f_d 为导线弧垂; f_b 为地线弧垂。最理想状态下,导线弧垂应等于地线弧垂,则两者的振荡周期一致,始终处于最理想的保护状态。当然也可以采用倍频保护。

2.4 紊乱风速引起短时振荡

当有紊流存在时,对导线进行研究,设定基本风速 $V_s=25 \text{ m/s}$ ~ 29 m/s ,其中以 $V_s=27 \text{ m/s}$ 为稳定状态,风偏角及振荡角,计算结果见表5。

表5 风速紊乱振荡周期表

基本风速(m/s)	等效 g_a	风偏角(°)	振荡角(°)
$V_s=27$	13.79	44.5	0
$V_s=25$		43.8	± 1.3
$V_s=29$		48.8	± 4.3

从紊流扰动来看,即使瞬时风速降低,同样可以引起绝缘子风偏角变大闪络,这也可能是一些地区小风速闪络的主要原因,设计过程中不应予以忽视。

另外,当操作、雷过气象风偏受到同样的微弱扰动时,同样会产生振荡,假设引起的振荡角均为 β ,其振荡引起的距离偏差可以表示为:

$$\Delta L = \sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \quad (20)$$

式中: ΔL 为风偏角引起的水平偏距差; α 为稳定风场风偏角; β 为扰动角。

式(20)为单调递减函数,因此微弱扰动角 β 一定时(一般较小),对于小角度影响更大,即影响度雷电>操作>大风。因此文中认为,气流紊乱区域,雷电气象更容易引起闪络,详见图4。

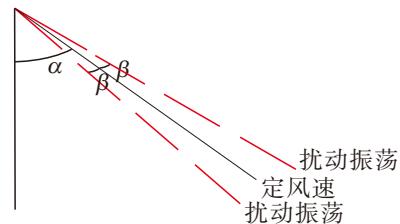


图4 风速扰动示意图

2.5 同一耐张段档距分配的探讨

当耐张段长度一定时,在位置条件均满足的情况下,如何放置塔位也可从振荡的角度考虑(忽略绝缘子影响):如某耐张段长度约1 km,中间需要新建2基直线塔,有两种方式进行建设,档距分配见表5。

表5 同一耐张段不同档布置振荡周期

档距分布	导线振荡周期(s)	振幅	方式
$L_1=L_2=L_3=333\text{ m}$	$T=5.75$	完全叠加	等距布置
$L_1=L_3=300\text{ m}, L_2=400\text{ m}$	$T_1=5.77$	不完全叠加	不等距布置

从表6中可以看到,当采用不等距杆塔分布时,导线的振荡周期更大一些,更不利于产生共振。

2.6 利用振荡周期对输电线安全性估判

利用公式(1)和(2)结合线路线间距计算公式时,可以得到一个杆塔可使用周期弧垂的新公式。

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}} \times \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}} \times \left(\frac{9 - \sqrt{1 - \sin^2\theta}}{8} \right) \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}} \times \left(\frac{9 - \sqrt{1 - (\Delta L/f)^2}}{8} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

式中: ΔL 为现场风偏时导线的水平偏距,其他参数同上文。

由式(21)可知,在条件有限的情况下,可以测量现场导线的振荡周期及偏距,求得其弧垂,进而求得导线的风偏角。可以用于设计或运检人员估算特定工况下的弧垂及风偏角。

另外,结合规范中的相间距离推荐公式:

$$D_1 = K_i L_k + \frac{U}{110} + 0.652\pi\sqrt{fc} s \quad (22)$$

在式(22)中带入式(1)(2),可以计算出设计杆塔在某一导线条件下的最大振荡周期,即:

$$T_{\max} = 2\pi \sqrt{\frac{\left(D_1 - K_i L_k - \frac{U}{110} \right) / 0.65}{g}} \times \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (23)$$

式中: D_1 为两相间距; L_k 为绝缘子长度; K_i 为绝缘子摇摆系数; θ 为导线最大风偏角度。

由式(23)可以知道,当一个杆塔相间距、导线、气象、绝缘子串长确定后,其最大的振荡周期是个定值,当出现恶劣天气、地形后,在测量弧垂风偏困难的情

况下,运行检修人员可以根据测定档内弧垂的振荡周期,当测量的振荡周期小于 T_{\max} 时,即认为此杆塔相间距还是安全的。

3 结语

1) 绝缘子串越长,不仅增大其干弧距离,降低闪络概率外,且相对于短绝缘子串来讲,也可在一定趋势上增加振荡周期,降低磨损,增加使用寿命。

2) 当确定使用的杆塔,两侧使用档距相等时,杆塔受力虽然最平衡,但其摇摆角应当是最大的。输电线路设计过程中应当提倡使用整数倍档距,推荐采用1:1~1:3之间的整数档距,这样既能够增大谐振,减小振幅,进而减少风偏角,又能够规避大小档不平衡张力。当比例继续扩大时,增谐效果减弱,且易于发生不平衡张力或者拉偏绝缘子事故,此时首推杆塔两侧2倍档距。

3) 在气流紊乱区域,应当加大间隙设计。即使紊乱气流扰动可以减小风偏角,但是其振荡特性仍然可能造成闪络,且操作、雷过气象更容易发生闪络,这是一些区域气象条件满足但依旧发生闪络的主要原因,设计时应当及时规避,当然具体的闪络概率还应结合各工况的发生概率综合考量。

4) 基于振荡考虑,多回路杆塔两侧导线的弧垂应当趋于一致。若两相弧垂不一致,振荡周期不一样,则容易发生相间距离不足问题,应当予以规避;导地线的弧垂也应当保持一致,这样能够保证地线保护角始终处于最理想的保护状态,达到防雷的最优化,当然在一定条件下可以采用倍频保护。

5) 当耐张段长度一定及杆塔位置满足条件时,存在常年风荷载的地区应尽量采用不等距布置。

6) 在测量工具或者地形条件受限的情况下,可以根据导线的水平偏距及振荡周期推算出导线该工况的弧垂及风偏角,乃至当前风速,并很好地应用于工程中。

7) 当杆塔、绝缘子串、导线相关参数确定以后,其最大振荡周期随之确定,在天气、地形不满足测量弧垂等参数时,可以根据现场的摇摆周期,初步确定导线间距是否满足要求。

参考文献：

- [1] Borodich F, 金子杰, 汤铁铮. 任意摆角单摆运动周期精确解推导分析[J]. 学园, 2024, 17(01): 75-78.
- [2] 程旭东. 大角度单摆周期问题与椭圆积分[J]. 中学物理教学参考, 2023, 52(21): 67-68.
- [3] 杨天虎, 岳志明, 李玉宏. 一个计算简单而实用的单摆周期近似公式[J]. 大学物理, 2020(10): 18-21.
- [4] 于凤军, 景义林. 一个单摆周期近似公式[J]. 大学物理, 2007(05): 18-19.
- [5] 袁庆新, 曾凡光. 对《一个单摆周期近似公式》一文的讨论[J]. 大学物理, 2008(09): 16-18.
- [6] 袁玲, 管志莲. 耦合摆运动中的位相与机械能流的方向[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2007(06): 784-786.
- [7] 高伟. 大摆角耦合摆的运动规律的数值分析[J]. 物理通报, 2017(04): 69-72, 75.
- [8] 杨秉雄, 严群英, 李小军, 等. 耦合摆振动模型的研究[J]. 宁夏大学学报(自然科学版), 2011, 32(04): 359-361.
- [9] 向根祥, 石玉军. 简谐振动合成的计算机模拟[J]. 兰州文理学院学报(自然科学版), 2015, 29(01): 25-28.
- [10] 杨天方, 孙志刚, 张锐, 等. 多个简谐振动合成问题进一步研究[J]. 广西物理, 2023, 44(02): 24-27.
- [11] 高彩云. 简谐振动的仿真与分析[J]. 山西大同大学学报(自然科学版), 2023, 39(03): 18-22, 35.
- [12] 梁盼望, 李辉, 杨力, 等. 架空输电线路采用异种导线时水平相间距离影响研究[J]. 吉林电力, 2020, 48(04): 33-36.
- [13] 刘竹丽, 刘贝贝, 伍川, 等. 随机风场下紧凑型线路非同期摇摆仿真分析[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(35): 208-214.
- [14] 周磊, 郑建钢. 500 kV 紧凑型线路覆冰舞动及非同期摇摆的防治措施[J]. 华中电力, 2012, 25(01): 29-32, 35.
- [15] 朱宽军, 邸玉贤, 李新民, 等. 架空输电线路非同期摇摆数值模拟研究[J]. 电网技术, 2009, 33(20): 202-206.
- [16] 赵鑫. 输电线路绝缘子风偏与非同期摇摆分析[D]. 武汉: 华中科技大学, 2016.
- [17] 胡鑫, 宋彪, 多超. 档端横向位移激励下架空导线非同期摇摆分析[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(30): 17-20.
- [18] 夏登岸. 基于等效风振理论推导的输电线路风振系数研究[J]. 电工技术, 2024(23): 97-99, 103.
- [19] 楼文娟, 周为政, 卞荣, 等. 输电线路跳线风偏共振响应特性及风振系数分析[J]. 振动与冲击, 2024, 43(16): 51-55.
- [20] 高凯. 架空输电线路的脉动风场模拟及风致响应规律研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2023.